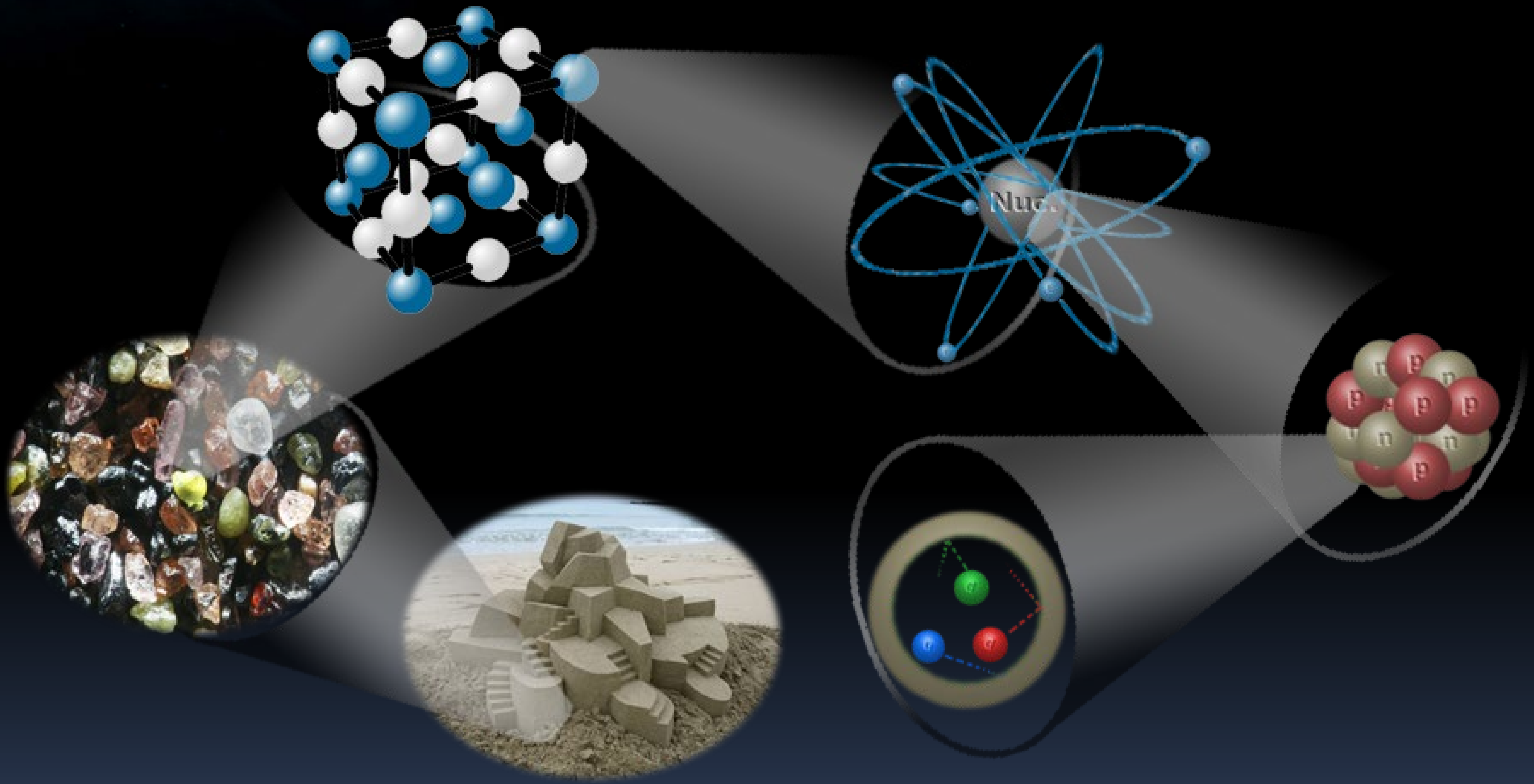
6ª Escola de Física
PUC-Rio

Ideias Fundamentais da Física de Partículas

Ricardo D’Elia Matheus

IFT - UNESP
INSTITUTO DE FÍSICA TEÓRICA

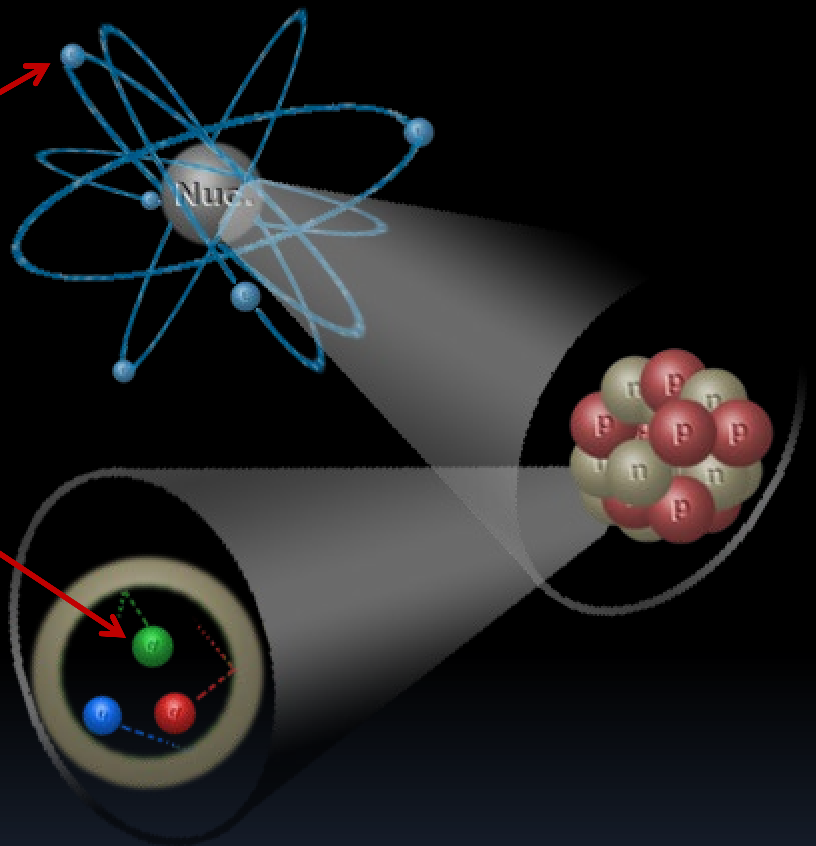
O que queremos da Física de Partículas?



R.D.Matheus

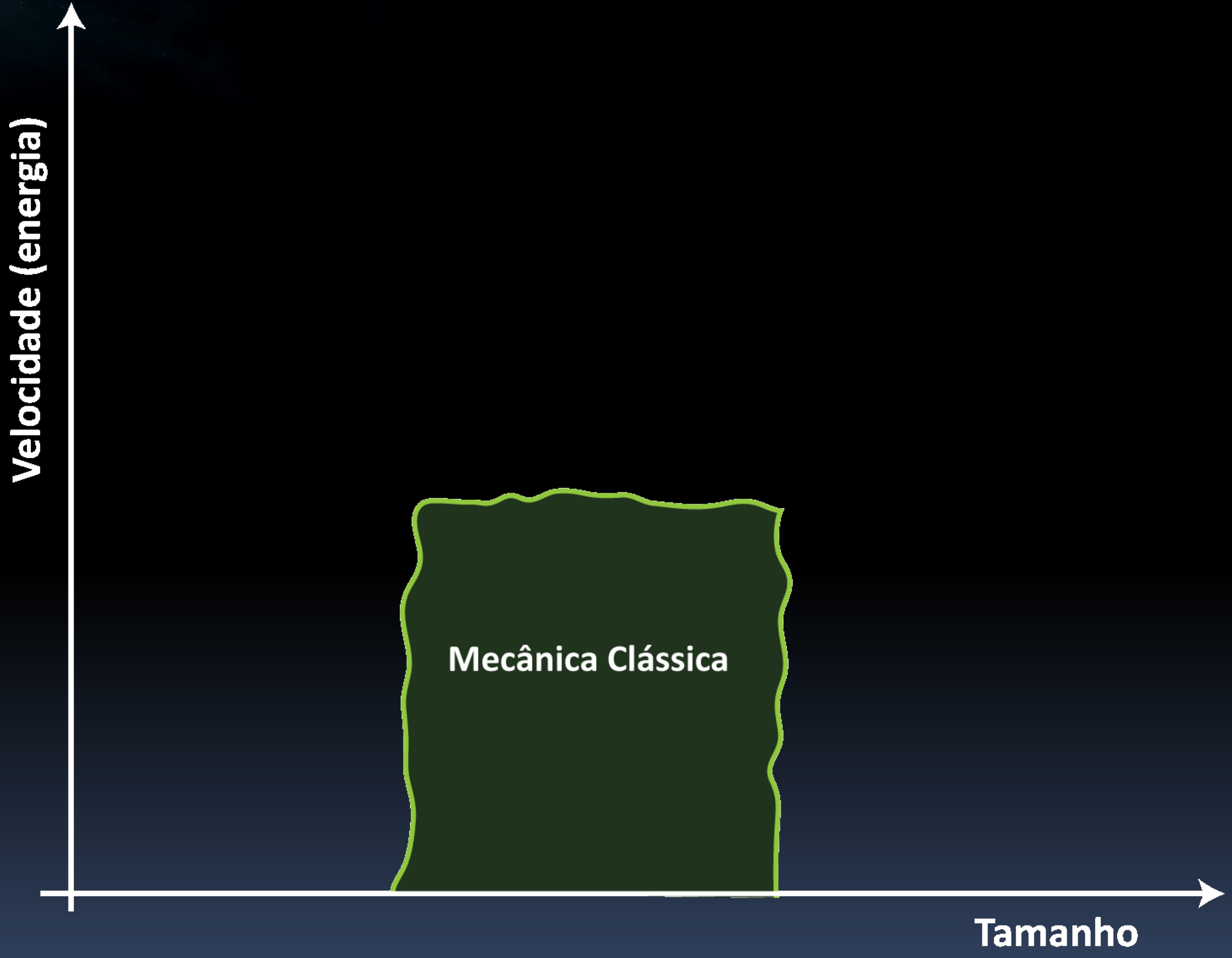
O que queremos da Física de Partículas?

Mas, estas "partículas" podem realmente ser tratadas como "bolinhas"?



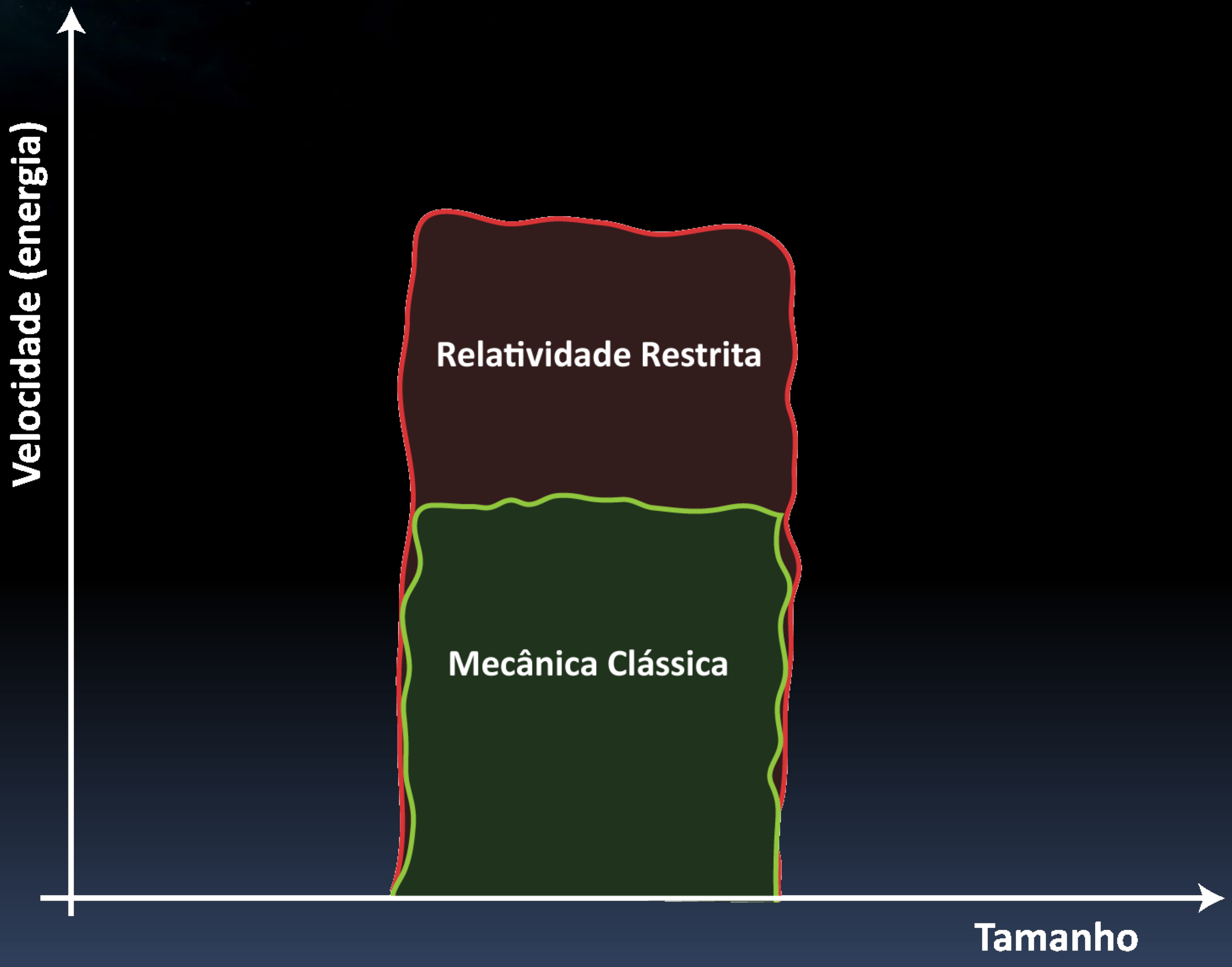
Em física "codificamos" fenômenos naturais usando a linguagem da matemática. Quais objetos matemáticos são apropriados para estas partículas?

Partículas: Pequenas e Rápidas



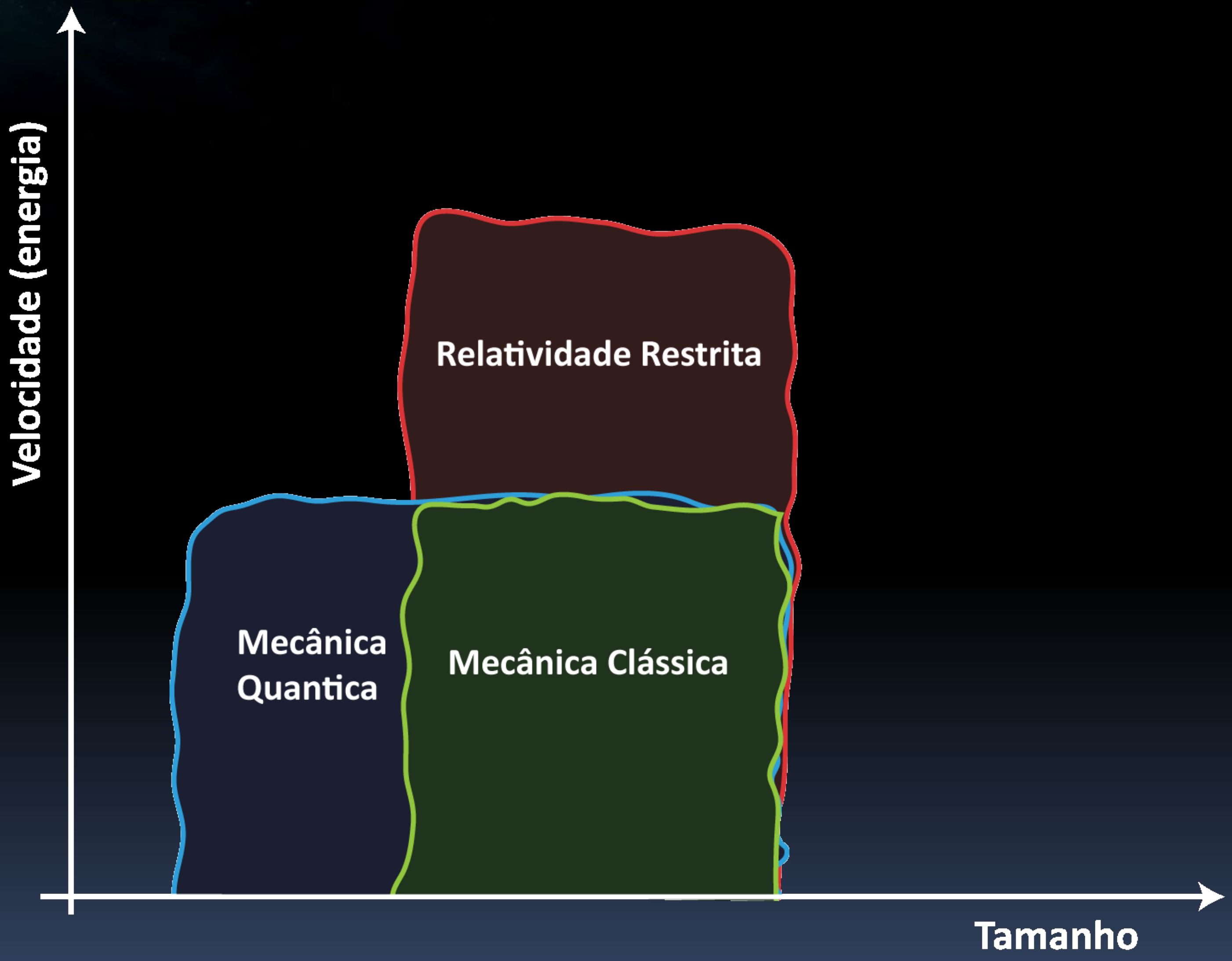
R.D.Matheus

Partículas: Pequenas e Rápidas



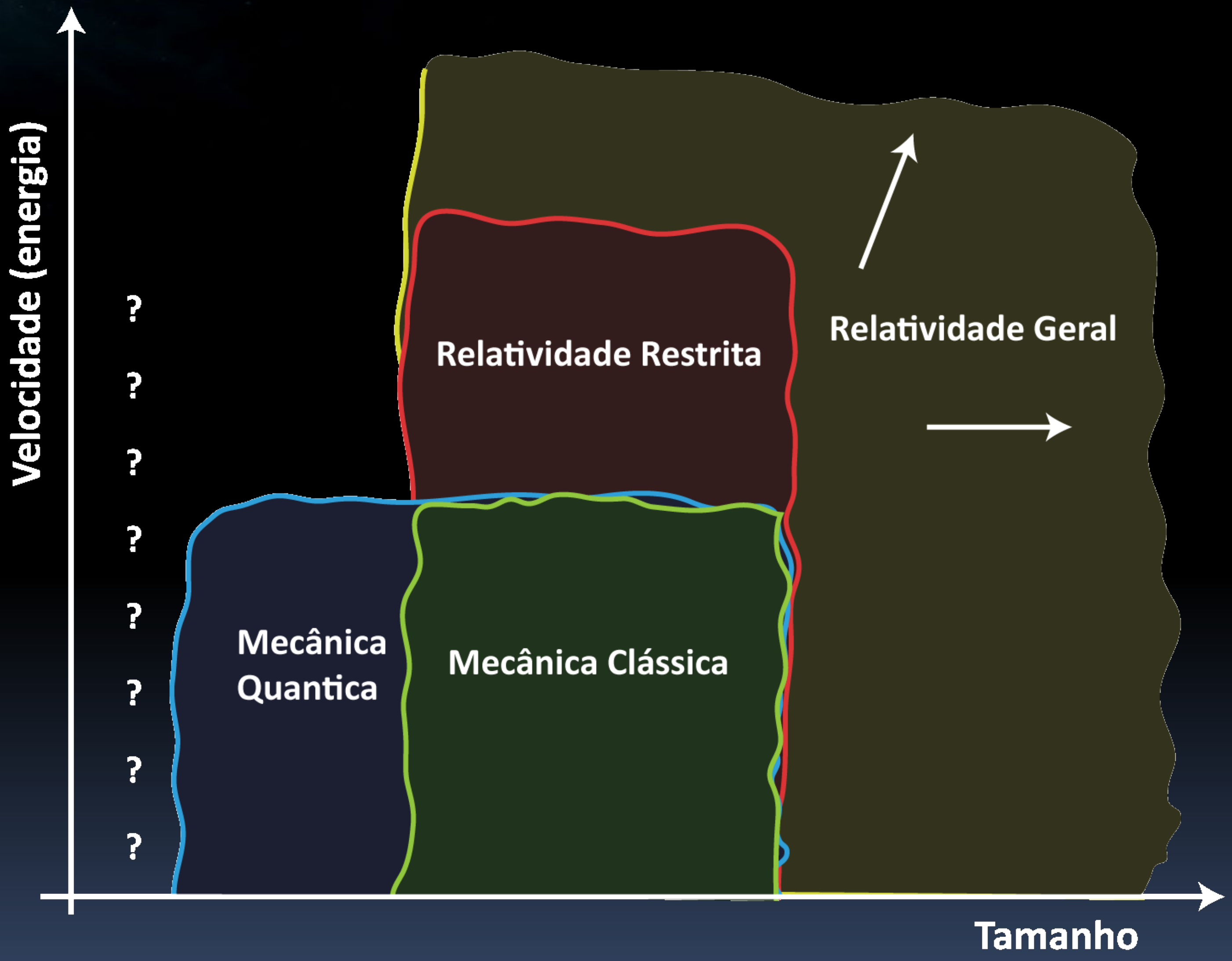
R.D.Matheus

Partículas: Pequenas e Rápidas



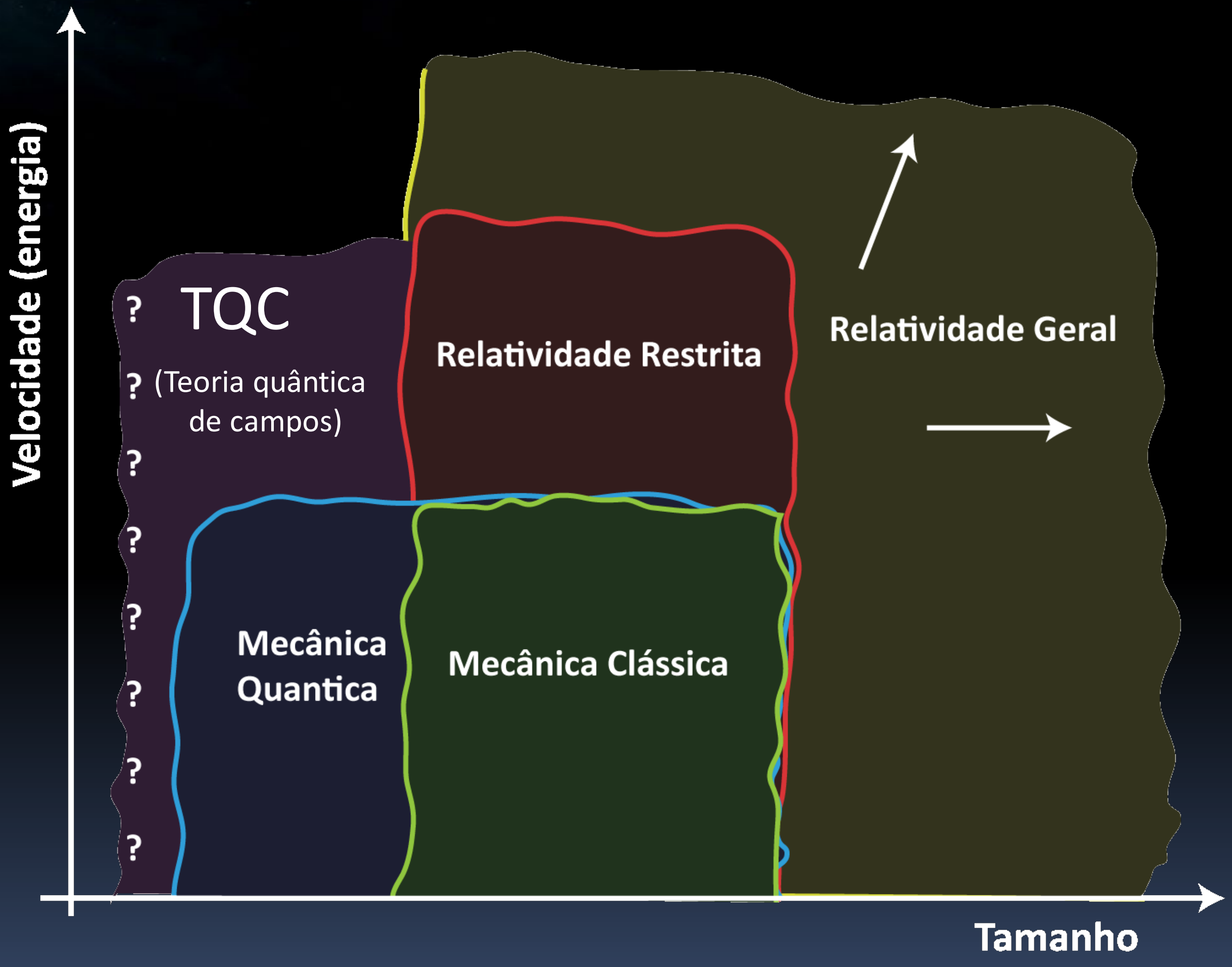
R.D.Matheus

Partículas: Pequenas e Rápidas



R.D.Matheus

Partículas: Pequenas e Rápidas



Mecânica Quântica Relativística?

$$\boxed{\text{Mecânica Clássica}} \xrightarrow{S \sim \hbar} \boxed{\text{Mecânica Quântica}}$$

Mecânica Quântica Relativística?

Mecânica Clássica $\xrightarrow{S \sim \hbar}$ Mecânica Quântica

Mecânica Clássica $\xrightarrow{v \sim c}$ Relatividade Restrita

Mecânica Quântica Relativística?

$$
\begin{tikzcd}
\text{Mecânica Clássica} \arrow[r, "S \sim \hbar"] \arrow[d, "v \sim c"] & \text{Mecânica Quântica} \arrow[d] \\
\text{Relatividade Restrita} \arrow[r] & \text{Mecânica Quântica Relativística?}
\end{tikzcd}
$$

Quantização de uma teoria ñ-relativística

$$(x_i, p_i) \xrightarrow{Q} (\hat{x}_i, \hat{p}_i)$$

$$[\hat{x}_i, \hat{p}_i] = i\underset{\underset{1}{\parallel}}{\hbar}\,\delta_{i,j}$$

Quantização de uma teoria ñ-relativística

$$(x_i, p_i) \xrightarrow{Q} (\hat{x}_i, \hat{p}_i)$$

$$[\hat{x}_i, \hat{p}_i] = i\underset{\overset{\shortparallel}{1}}{\hbar}\,\delta_{i,j}$$

Operadores agem em um espaço vetorial, escolhamos funções de onda: $\psi(\vec{x}, t)$

$$\hat{\vartheta}\,\psi(\vec{x}, t)\begin{cases}\vec{\hat{p}} = -i\,\vec{\nabla} \\ \vec{\hat{x}} = \vec{x} \\ \hat{H} = i\dfrac{\partial}{\partial t}\end{cases}$$

Quantização de uma teoria ñ-relativística

$$(x_i, p_i) \xrightarrow{Q} (\hat{x}_i, \hat{p}_i) \qquad [\hat{x}_i, \hat{p}_i] = i\underset{\overset{\|}{1}}{\hbar}\,\delta_{i,j}$$

Operadores agem em um espaço vetorial, escolhamos funções de onda: $\psi(\vec{x}, t)$

$$\hat{O}\,\psi(\vec{x}, t)\begin{cases}\hat{\vec{p}} = -i\,\vec{\nabla} \\ \hat{\vec{x}} = \vec{x} \\ \hat{H} = i\dfrac{\partial}{\partial t}\end{cases} \qquad H = \frac{p^2}{2m} \xrightarrow{Q} \hat{H}\psi = \frac{\hat{p}^2}{2m}\psi$$

$$\Longrightarrow \quad i\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = -\frac{1}{2m}\nabla^2\psi(x,t)$$

Assimetria entre espaço e tempo

Quantização de uma teoria ñ-relativística

$$(x_i, p_i) \xrightarrow{Q} (\hat{x}_i, \hat{p}_i) \qquad [\hat{x}_i, \hat{p}_i] = i \underset{1}{\underset{\parallel}{\hbar}} \delta_{i,j}$$

Operadores agem em um espaço vetorial, escolhamos funções de onda: $\psi(\vec{x}, t)$

$$\hat{O}\,\psi(\vec{x},t) \begin{cases} \hat{\vec{p}} = -i\vec{\nabla} \\ \hat{\vec{x}} = \vec{x} \\ \hat{H} = i\dfrac{\partial}{\partial t} \end{cases}$$

$$H = \frac{p^2}{2m} \xrightarrow{Q} \hat{H}\psi = \frac{\hat{p}^2}{2m}\psi$$

$$\Longrightarrow \quad i\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = -\frac{1}{2m}\nabla^2\psi(x,t)$$

$$\rho(\vec{x},t) = |\psi(\vec{x},t)|^2$$

Positiva e conservada!

R.D.Matheus

Quantização da versão relativística

$$H = \frac{p^2}{2m} \xrightarrow{Q} \hat{H}\psi = \frac{\hat{p}^2}{2m}\psi \Longrightarrow H^2 = \vec{p}^{\,2} + m^2 \xrightarrow{Q} \hat{H}^2\psi = \hat{\vec{p}}^{\,2}\psi + m^2\psi$$

$$E^2 = p^2 \underbrace{c^2}_{1} + m^2 \underbrace{c^4}_{1}$$

Quantização da versão relativística

$$H = \frac{p^2}{2m} \xrightarrow{Q} \hat{H}\psi = \frac{\hat{p}^2}{2m}\psi \Longrightarrow H^2 = \vec{P}^2 + m^2 \xrightarrow{Q} \hat{H}^2\psi = \hat{\vec{p}}^2\psi + m^2\psi$$

$$E^2 = p^2 \underbrace{c^2}_{1} + m^2 \underbrace{c^4}_{1}$$

$$\hat{\mathcal{O}}\,\psi(\vec{x},t) \begin{cases} \hat{\vec{p}} = -i\vec{\nabla} \\ \hat{\vec{x}} = \vec{x} \\ \hat{H} = i\dfrac{\partial}{\partial t} \end{cases} \Longrightarrow -\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi(\vec{x},t) = -\nabla^2\psi(\vec{x},t) + m^2\psi(\vec{x},t)$$

$$\Box^2 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$$

$$\left(\Box^2 + m^2\right)\psi = 0$$

Quantização da versão relativística, funciona?

$$(\Box^2 + m^2)\psi = 0$$

Não dá para definir uma densidade de probabilidade conservada e positiva

Energia negativa

Não respeita causalidade!

Dirac: $\hat{H}^2 \psi = \hat{\vec{p}}^{\,2} \psi + m^2 \psi \rightarrow \hat{H}\psi = (\vec{\alpha}\cdot\vec{p} + \beta m)\psi$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

Probabilidade ok!

Energia negativa (+ mar de Dirac)

Não respeita causalidade!

Criação e Aniquilação de Partículas!

O problema vem de estarmos tentando construir teorias para 1 partícula (ou número definido delas) em teorias relativísticas. O número de partículas muda com o tempo!

$$(\Box^2 + m^2)\psi = 0 \qquad\qquad (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

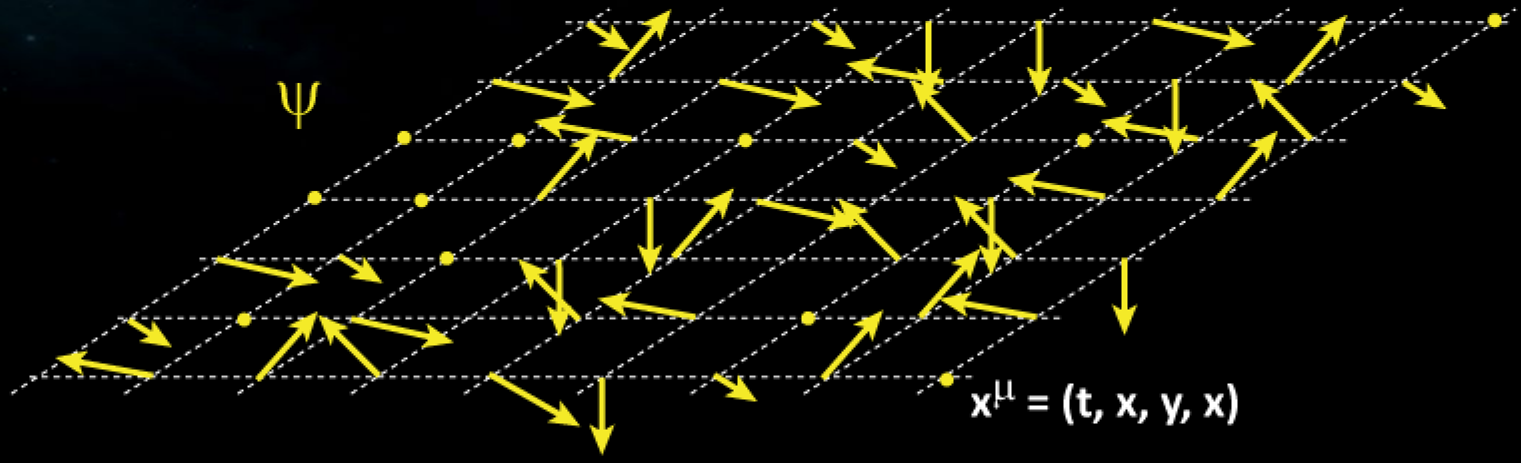
Criação e Aniquilação de Partículas!

O problema vem de estarmos tentando construir teorias para 1 partícula (ou número definido delas) em teorias relativísticas. O número de partículas muda com o tempo!

$$(\Box^2 + m^2)\underbrace{\psi} = 0 \qquad (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\underbrace{\psi} = 0$$

Devem dar conta de probabilidade de encontrar N partículas em cada região do espaço. A intensidade deste campo vai estar ligada ao número de partículas naquela região.

Campos

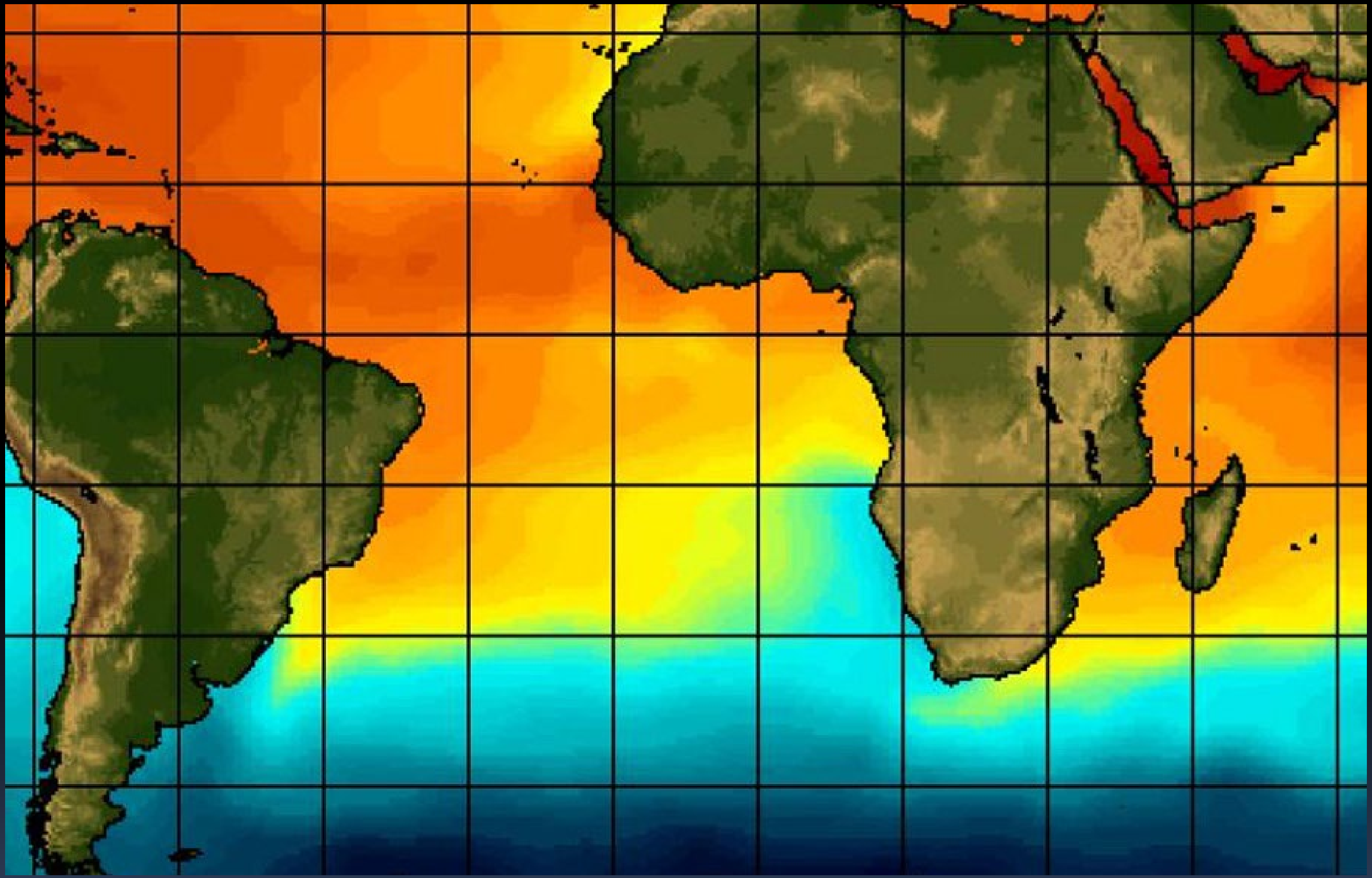


Podemos ter campos de vários tipos

- Escalares. Ex: Temperatura, Energia
- Vetoriais. Ex: Elétrico, Velocidades em um Fluido
- Outros...

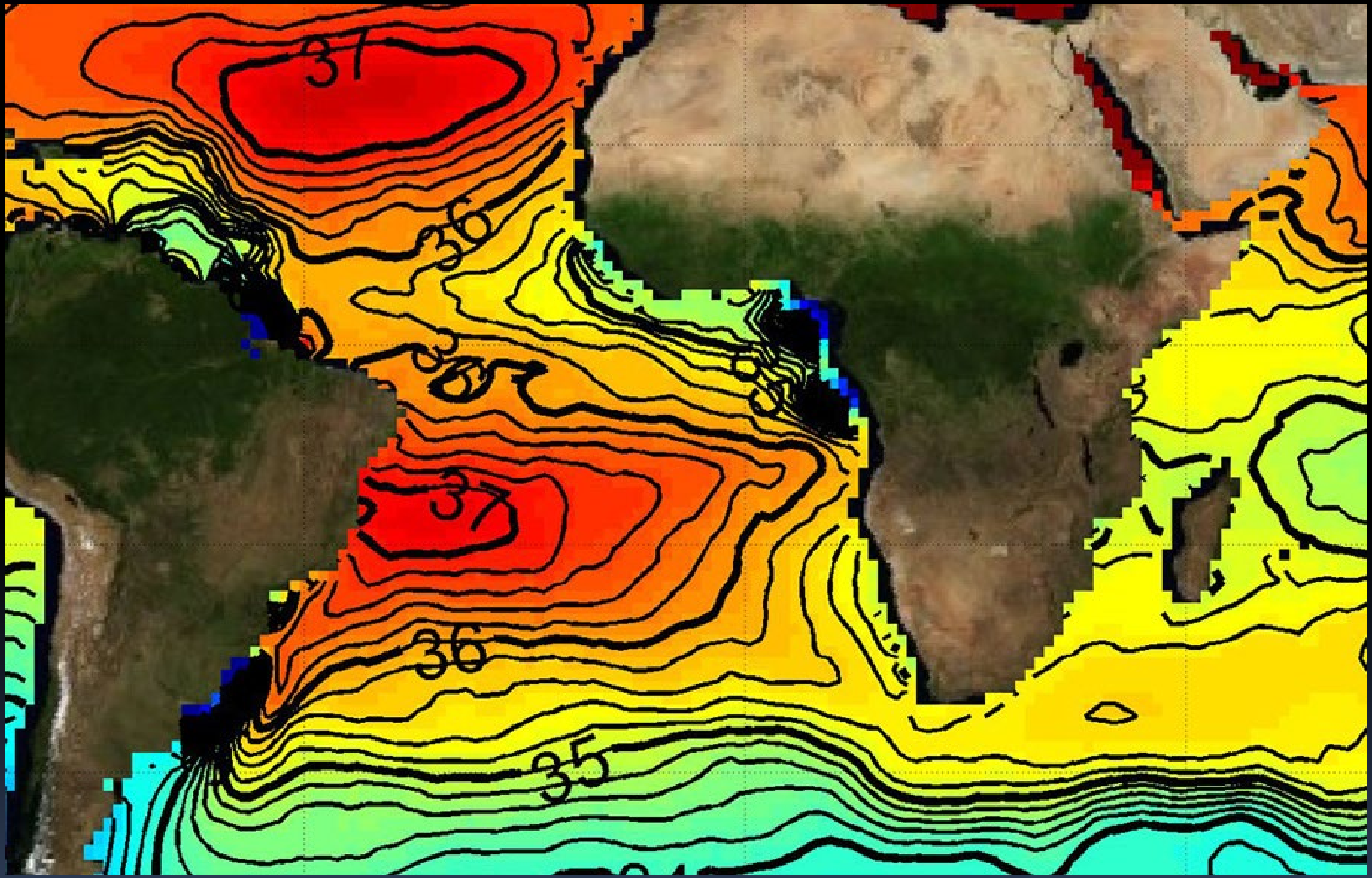
Campos

Exemplo: temperatura dos oceanos (campo escalar)



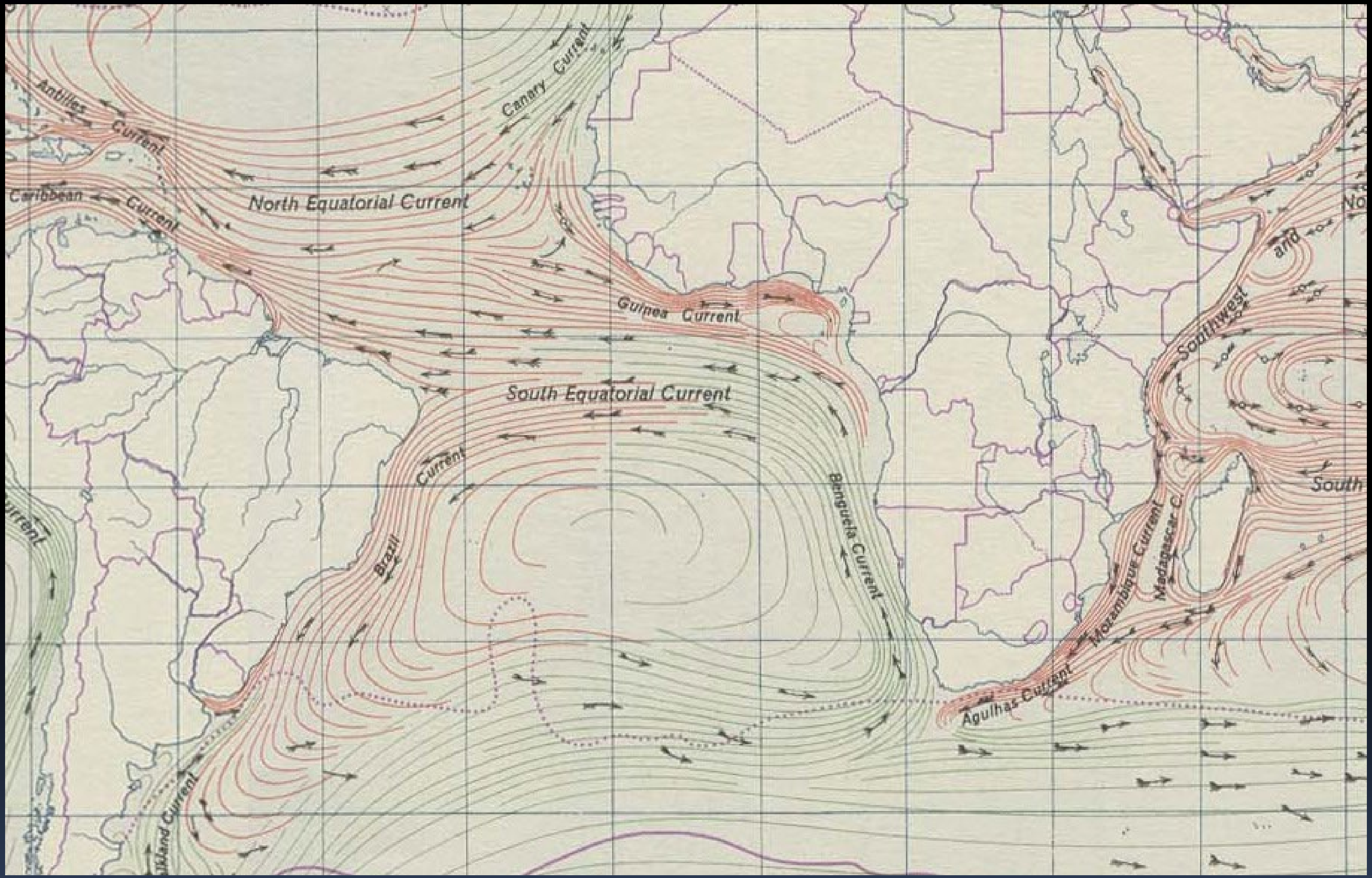
Campos

Exemplo: salinidade dos oceanos (campo escalar)



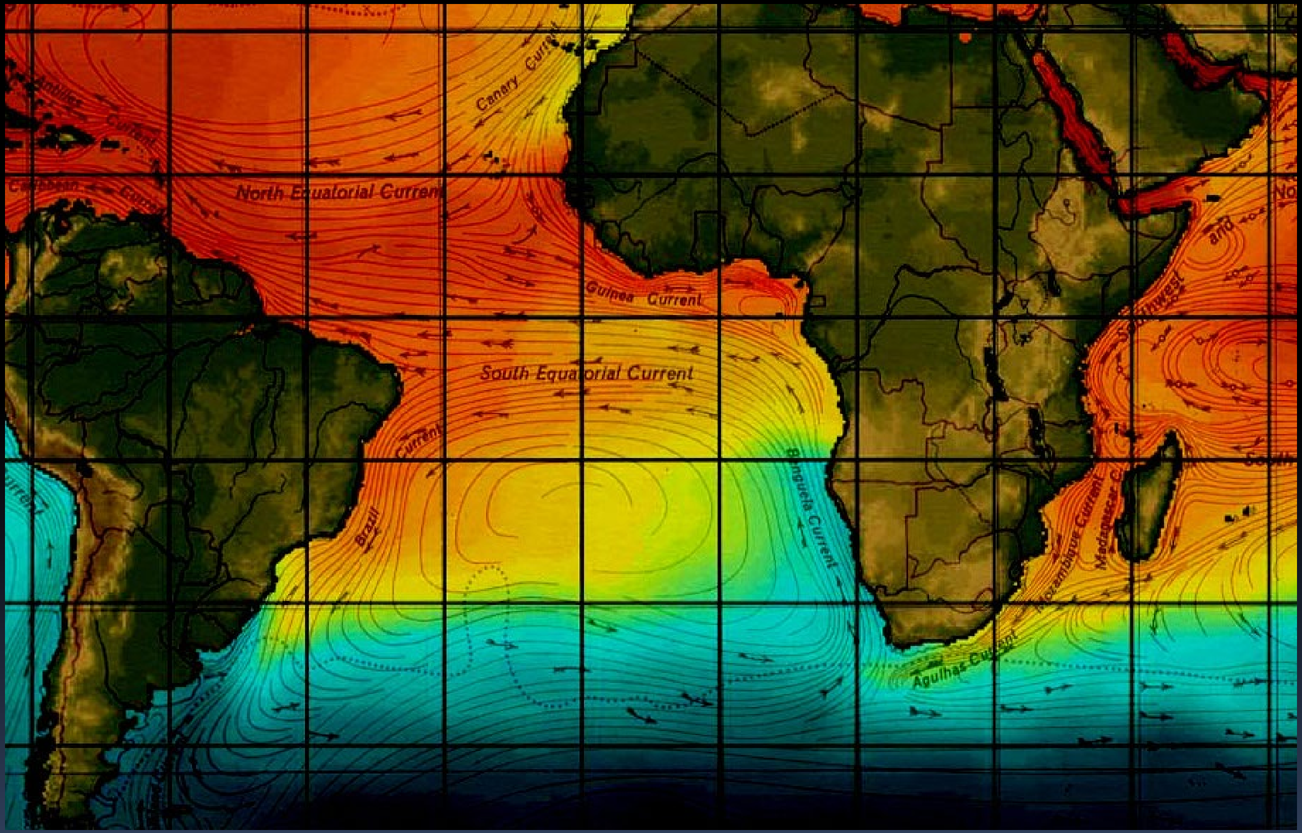
Campos

Exemplo: correntes oceânicas (campo vetorial)

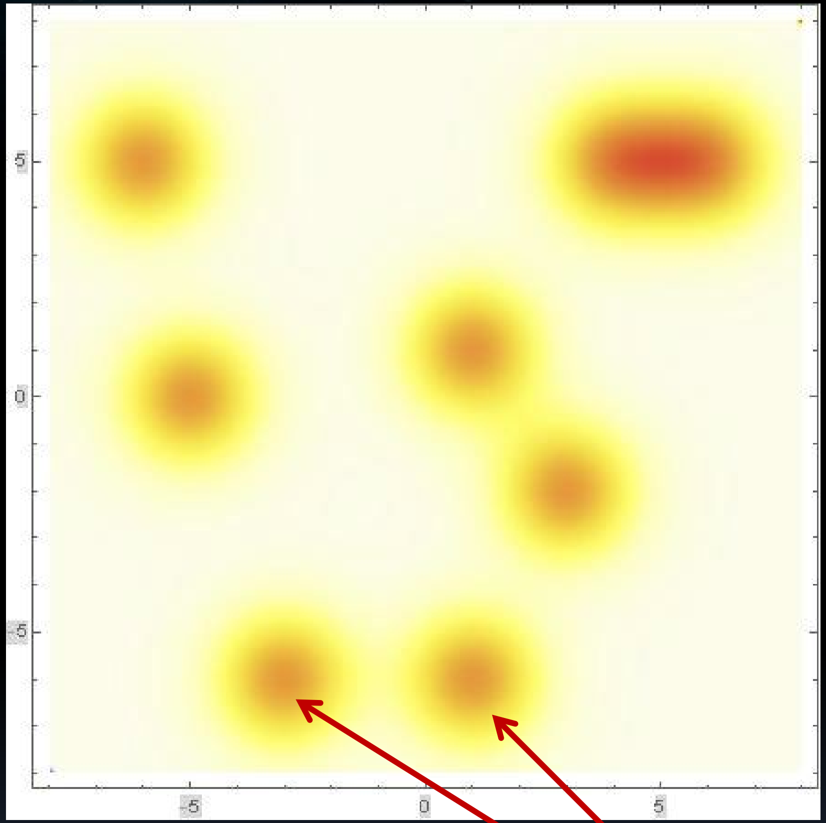


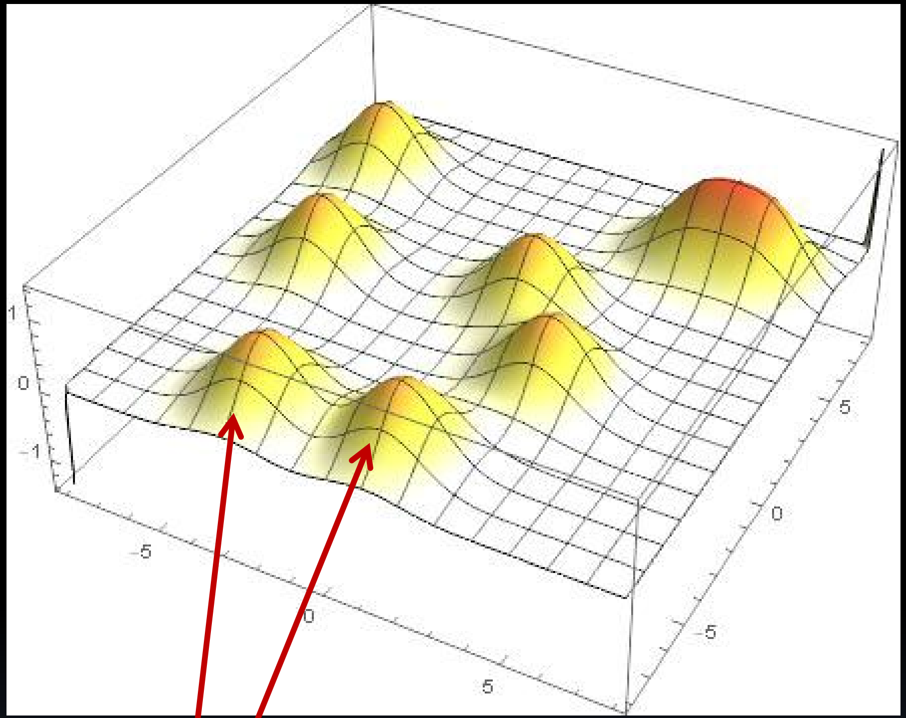
Campos

Seria ótimo se conseguíssemos combinar os diversos “campos oceânicos” em um campo composto (que associa vários números para cada ponto), e descobrir quais leis regem o comportamento deste novo campo!



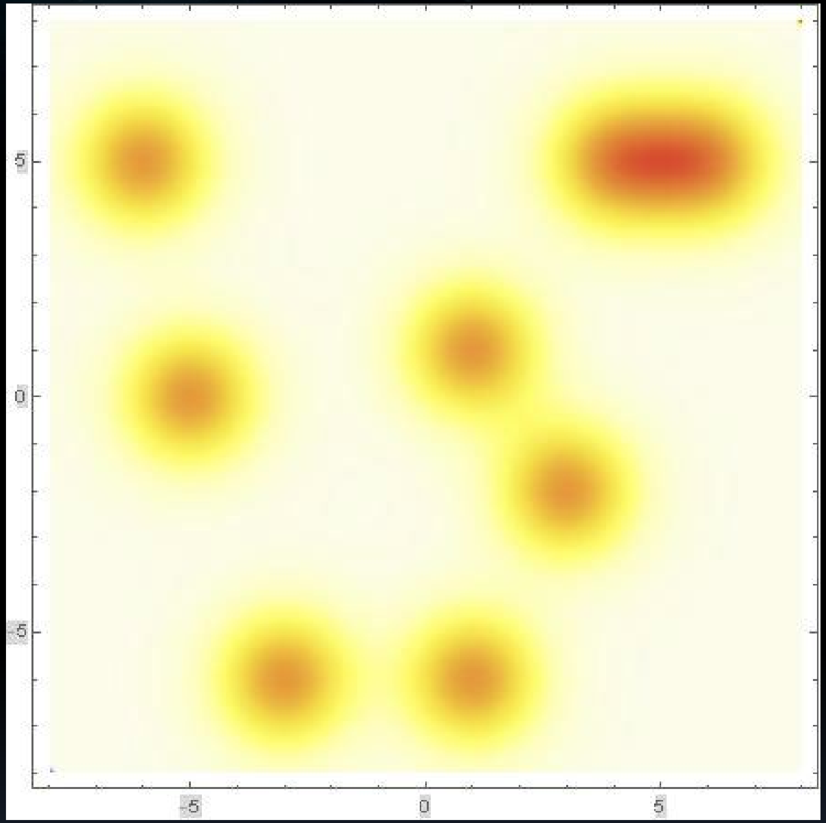
Partículas: Descritas por Campos!

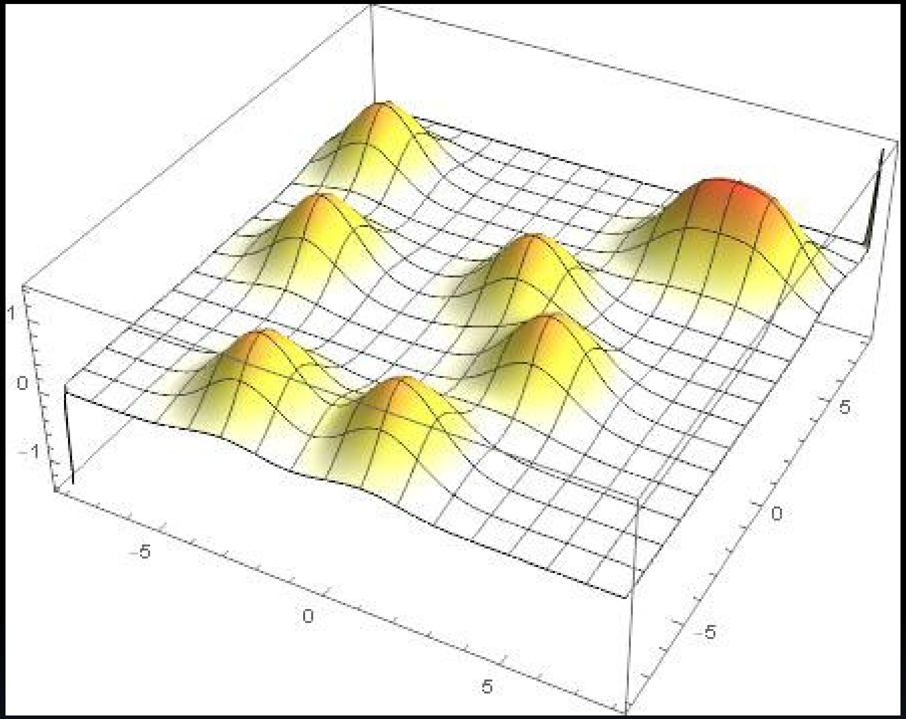




Partículas

Partículas: Descritas por Campos!



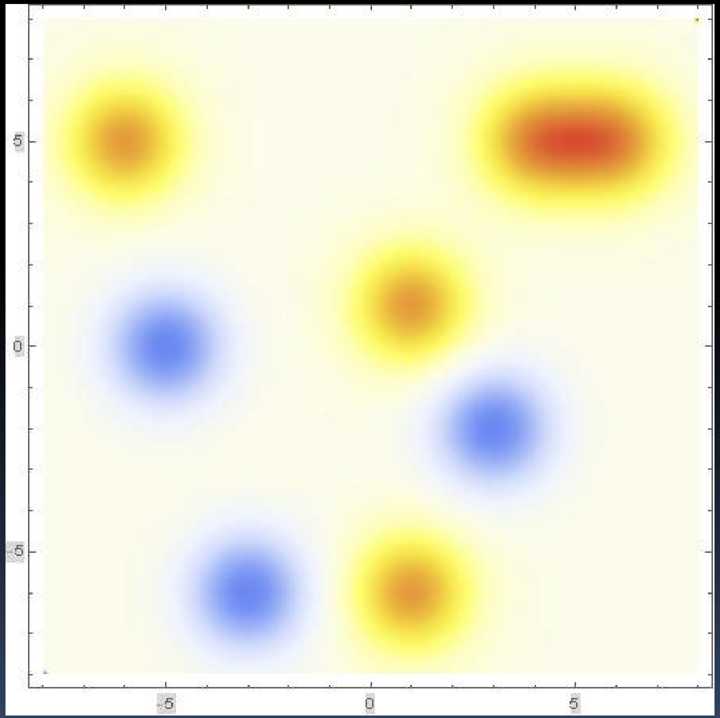


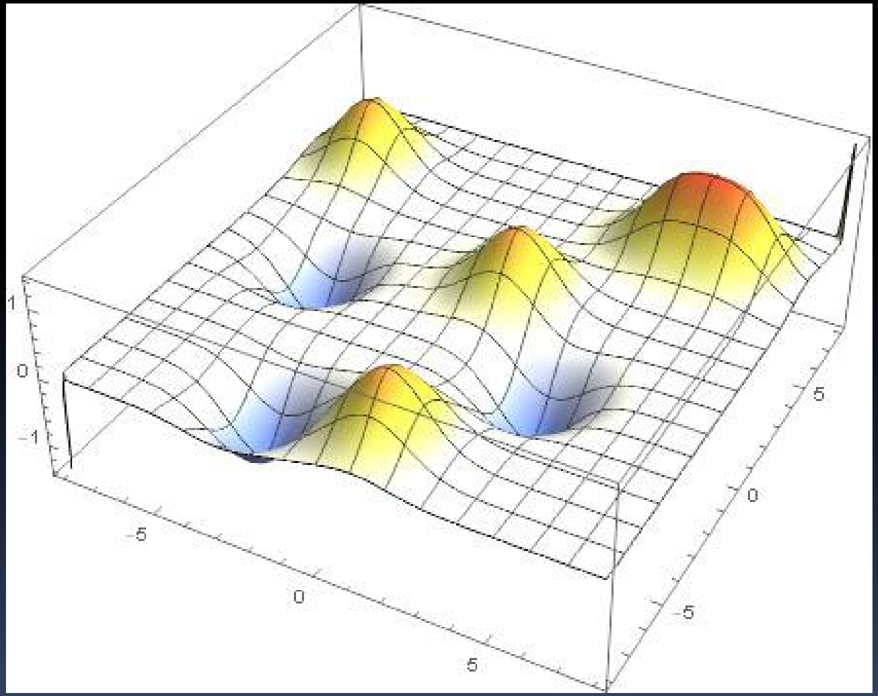
O campo codifica probabilidades de encontrar partículas numa certa região do espaço-tempo, incluindo informação sobre carga, velocidade, spin, etc..

Campos Quânticos e Relativísticos

Tanto a quântica quanto a relatividade trazem “novidades” que escapam a nossa intuição (clássica). Algumas delas são:

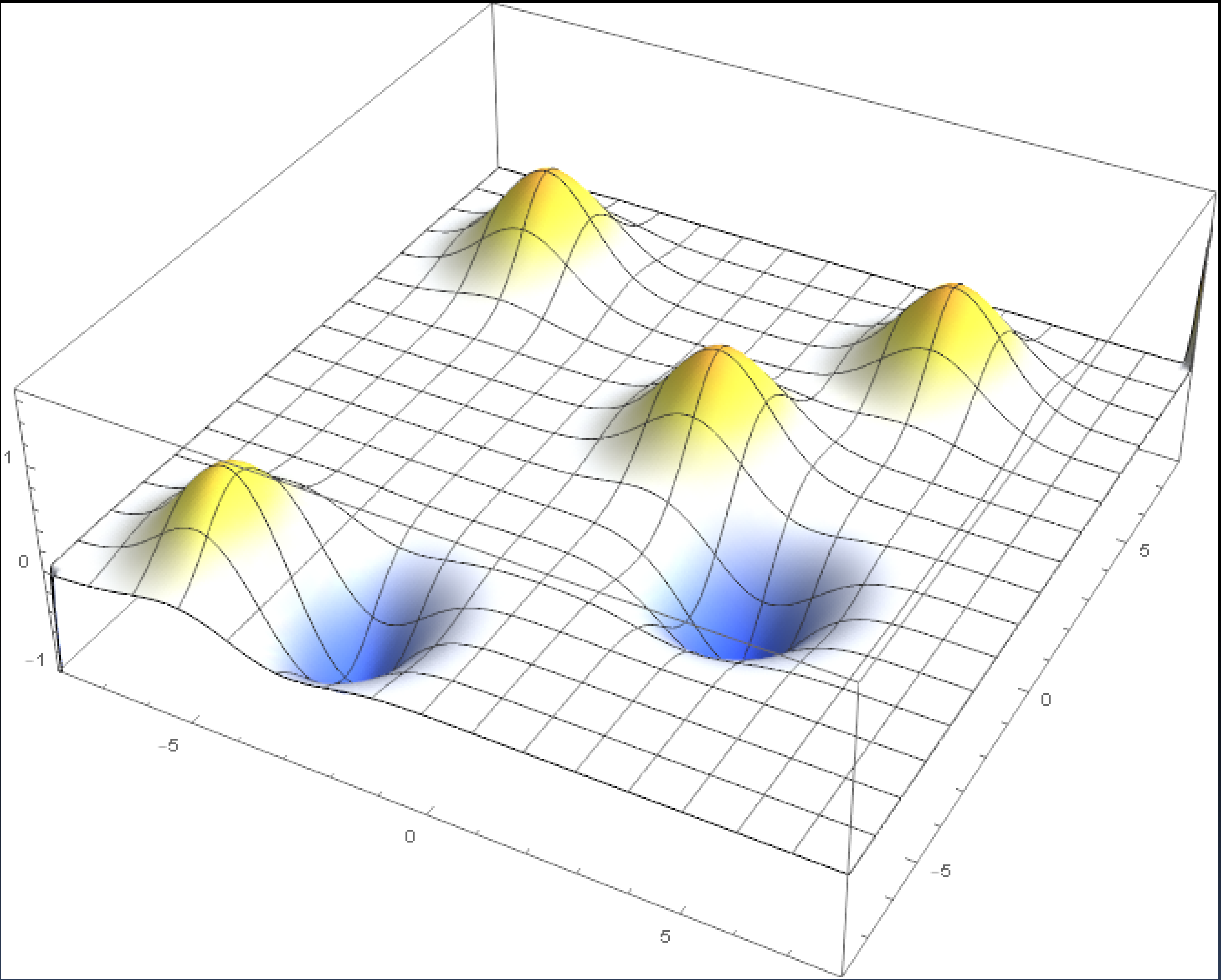
- Excitações do campo são quantizadas (partículas!)
- Temos anti-partículas, numero total de partículas muda com o tempo





Campos Quânticos e Relativísticos

(note o que o ocorre o que acontece quando as partículas passam umas pelas outras)



Campos Quânticos e Relativísticos

Mecânica (Relativ.)

Estados: $\{x, p\}$

Parâmetros: t

Observáveis: $x(t)$, $p(t)$, $f(x(t), p(t))$

Dinâmica: $H = \sqrt{p^2 + m^2}$

$$\frac{\partial H}{\partial p} = \dot{x}, \quad \frac{\partial H}{\partial x} = -\dot{p}$$

Mecânica Quântica (Relativ.)

Operadores: $\hat{x}$, $\hat{p}$

Estados: $|\psi>$, $\psi(x,t)$

Parâmetros: t

Observáveis: $<\psi|\hat{x}|\psi>$, $<\psi|\hat{p}|\psi>$, $<\psi|\hat{O}(\hat{x},\hat{p})|\psi>$

Dinâmica:
$$\left.\begin{aligned} &(\Box^2 + m^2)\,\psi(x,t) = 0 \\ &(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\,\psi(x,t) = 0 \end{aligned}\right\}\ \text{Não funciona}$$

😔

Campos Quânticos e Relativísticos

Teoria de Campos (relativ.)

Estados: $\varphi(x,t)$

Parâmetros: $t,\ x$

Observáveis: $\varphi,\ \dot{\varphi},\ \pi,\ f[\varphi,\dot{\varphi}],\ f[\varphi,\pi]$

$\pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}}$

Dinâmica: $\mathcal{L}(\varphi,\dot{\varphi})$ ou $\mathcal{H}(\varphi,\pi)$

+ eqs. de Hamilton ou Euler-Lagrange

$$\text{e.g.} \begin{cases} (\Box^2 + m^2)\,\varphi(x,t) = 0 \\ (i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\,\varphi(x,t) = 0 \end{cases}$$

Teoria Quântica de Campos (relativ.)

Operadores: $\hat{\varphi}(x,t),\ \hat{\pi}(x,t)$

Estados: e.g. $|\text{PARTÍCULAS}\rangle$

Parâmetros: $t,\ x$

Observáveis: $\langle\hat{H}\rangle,\ \langle\hat{P}\rangle,\ \langle\hat{Q}\rangle$

Dinâmica: $\hat{O}(t) = e^{i\hat{H}t}\,\hat{O}(0)\,e^{-i\hat{H}t}$

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt}\,|\psi(0)\rangle$$

Campos Quânticos e Relativísticos

Mas... Como escolho as Lagrangianas / Hamiltonianas?

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}\partial_\nu \phi \, \partial^\nu \phi - \frac{m^2}{2}\phi^2 \longleftrightarrow (\Box^2 + m^2)\phi(x,t) = 0$$

$$\mathcal{L}_\psi = i\bar{\Psi}\gamma^\nu \partial_\nu \Psi - m\bar{\Psi}\Psi \longleftrightarrow (i\gamma^\nu \partial_\nu - m)\psi(x,t) = 0$$

... ambas relativísticas, mas qual vale para quais sistemas?

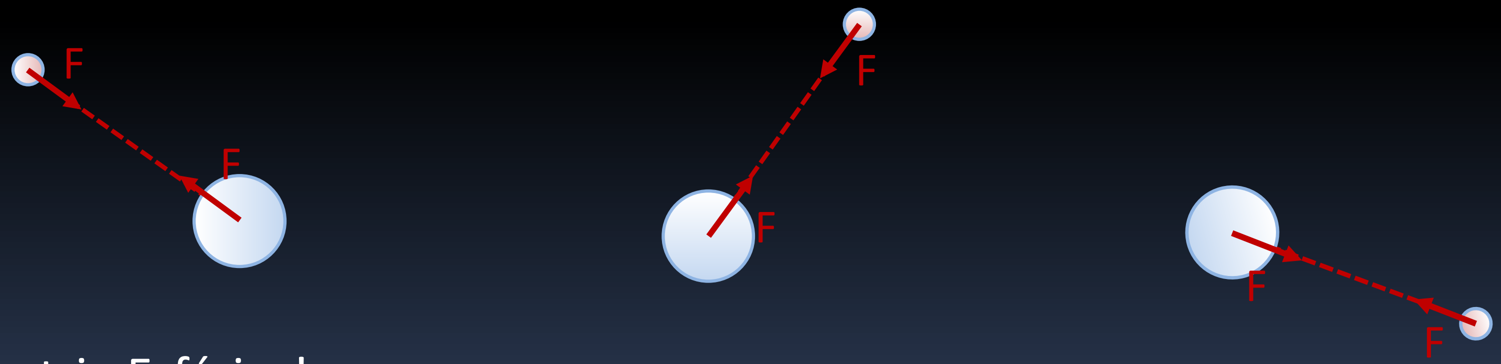
Papel das Simetrias em Física

Antes do séc. XX:

Leis da Natureza → Simetria → Simplificação (muitas vezes necessária)

Exemplo: gravitação de Newton

...força proporcional à massa de cada um deles e inversamente proporcional ao quadrado da distância que separa esses corpos.

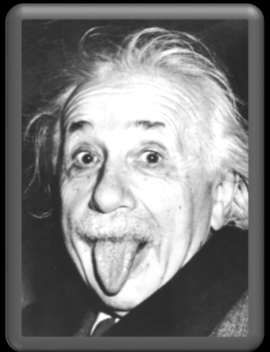


Simetria Esférica!

Papel das Simetrias em Física

Começo do séc. XX: os papéis começam a se inverter

Simetria → Leis da Natureza



A. Einstein – 1905 ~ 1915

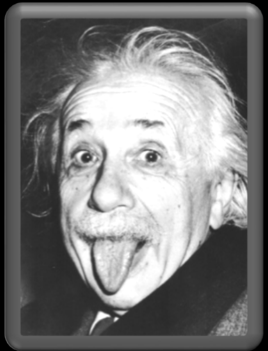
Desenvolve a Relatividade (Especial e Geral) basicamente partindo de argumentos de simetria (leis da física não podem mudar com mudanças de referencial)

Restringe as Leis da Física "Possíveis"

Papel das Simetrias em Física

Começo do séc. XX: os papéis começam a se inverter

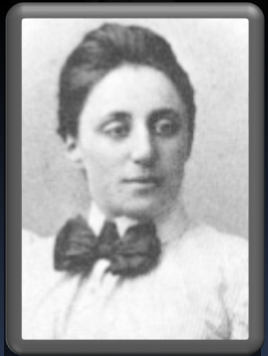
Simetria → Leis da Natureza



A. Einstein – 1905 ~ 1915

- Desenvolve a Relatividade (Especial e Geral) basicamente partindo de argumentos de simetria (leis da física não podem mudar com mudanças de referencial)

→ Restringe as Leis da Física "Possíveis"



A.E. Noether- 1918

- Certas simetrias implicam em leis de conservação

Invariância por translação no espaço → Conservação de Momento

Invariância por translação no tempo → Conservação de Energia

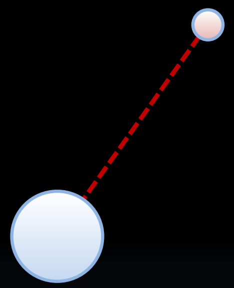
Invariância por rotações → Conservação de Momento Angular

Papel das Simetrias em Física

Começo do séc. XX: os papéis começam a se inverter

Simetria ⟶ Leis da Natureza

Exemplo: gravitação de Newton

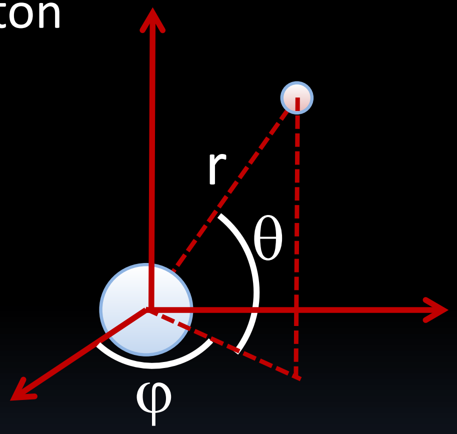


Papel das Simetrias em Física

Começo do séc. XX: os papéis começam a se inverter

Simetria → Leis da Natureza

Exemplo: gravitação de Newton

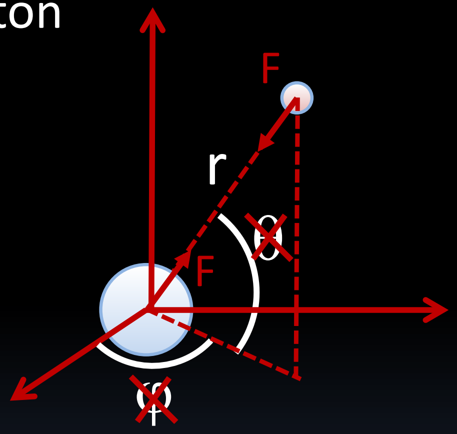


Papel das Simetrias em Física

Começo do séc. XX: os papéis começam a se inverter

Simetria → Leis da Natureza

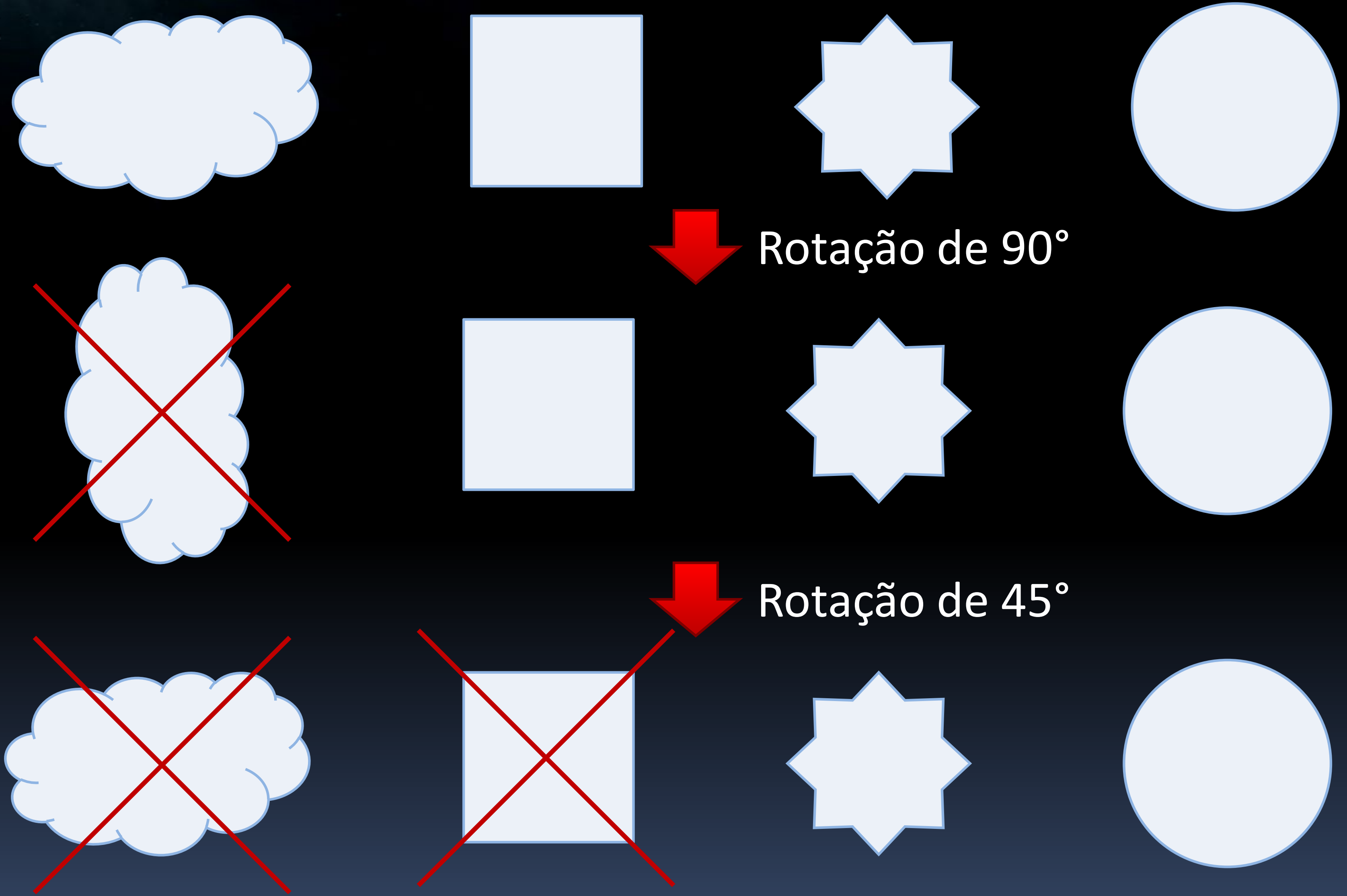
Exemplo: gravitação de Newton



Simetria Esférica → Força só depende da distância

"não tem direção favorita no universo"

Assumir Simetrias ⇨ Restrições



R.D.Matheus

Representações de Grupos de Simetria

A simetria não muda a ação:

$$\mathcal{L}(\phi, \psi, A, \dots) \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \mathcal{L}'(\phi', \psi', A', \dots) = \mathcal{L}(\phi, \psi, A, \dots)$$

Preciso saber como os campos se transformam: $\phi \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \phi' = ?$

$$\psi \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \psi' = ?$$

... etc

Representações de Grupos de Simetria

A simetria não muda a ação:

$$\mathcal{L}(\phi, \psi, A, \ldots) \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \mathcal{L}'(\phi', \psi', A', \ldots) = \mathcal{L}(\phi, \psi, A, \ldots)$$

Preciso saber como os campos se transformam: $\phi \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \phi' = ?$

$\psi \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \psi' = ?$ ... etc

Agrupo transformações em GRUPOS e encontro representações:

e.g.: $SO(3)$

(grupo das rotações em 3D)

Origem: $\mathcal{O} = (0, 0, 0)$ ⟹ $\mathcal{O} \xrightarrow{SO(3)} \mathcal{O}' = \mathcal{O}$ (Singleto, Escalar)

Representações de Grupos de Simetria

A simetria não muda a ação:

$$\mathcal{L}(\phi, \psi, A, \dots) \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \mathcal{L}'(\phi', \psi', A', \dots) = \mathcal{L}(\phi, \psi, A, \dots)$$

Preciso saber como os campos se transformam: $\phi \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \phi' = ?$

$\psi \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \psi' = ?$ ... etc

Agrupo transformações em GRUPOS e encontro representações:

e.g.: $SO(3)$

(grupo das rotações em 3D)

Origem: $\mathcal{O} = (0, 0, 0) \Rightarrow \mathcal{O} \xrightarrow{SO(3)} \mathcal{O}' = \mathcal{O}$ (Singleto, Escalar)

Vetor: $\vec{v} = (x, y, z) \Rightarrow \vec{v} \xrightarrow{SO(3)} \vec{v}' = M(\theta_1, \theta_2, \theta_3)\,\vec{v} = M_{ij}\, v_j$ (Vetorial)

Representações de Grupos de Simetria

A simetria não muda a ação:

$$\mathcal{L}(\phi, \psi, A, \dots) \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \mathcal{L}'(\phi', \psi', A', \dots) = \mathcal{L}(\phi, \psi, A, \dots)$$

Preciso saber como os campos se transformam: $\phi \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \phi' = ?$

$\psi \xrightarrow{\text{TRANSF.}} \psi' = ?$ ... etc

Agrupo transformações em GRUPOS e encontro representações:

e.g.: $SO(3)$

(grupo das rotações em 3D)

Origem: $\mathcal{O} = (0, 0, 0) \Rightarrow \mathcal{O} \xrightarrow{SO(3)} \mathcal{O}' = \mathcal{O}$ (Singleto, Escalar)

Vetor: $\vec{v} = (x, y, z) \Rightarrow \vec{v} \xrightarrow{SO(3)} \vec{v}' = M(\theta_1, \theta_2, \theta_3)\,\vec{v} = M_{ij}\, v_j$ (Vetorial)

Fica fácil construir invariantes: $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 \xrightarrow{SO(3)} \vec{v}_1{}' \cdot \vec{v}_2{}' = \vec{v}_1\, M^T M\, \vec{v}_2 = \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$

Teoria Relativística = Invariante sob Lorentz

$SO(1,3)$

$x^{\mu} = (t, x, y, z) \Rightarrow x_{\mu} \xrightarrow{\text{LORENTZ}} x'_{\mu} = \Lambda_{\mu}{}^{\nu} x_{\nu} \Rightarrow x^2 = x_{\mu} \cdot x^{\mu} \xrightarrow{\text{LORENTZ}} x'^2 = x^2$

Teoria Relativística = Invariante sob Lorentz

$SO(1,3)$

$x^\mu = (t, x, y, z) \Longrightarrow x_\mu \xrightarrow{\text{LORENTZ}} x'_\mu = \Lambda_\mu{}^\nu x_\nu \Longrightarrow x^2 = x_\mu \cdot x^\mu \xrightarrow{\text{LORENTZ}} x'^2 = x^2$

Representações do grupo de Lorentz:

$$\phi(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} \phi'(x') = \phi(x)$$

$M_D(\Lambda) \equiv e^{-\frac{i}{2}\Theta_{\mu\nu}(\Lambda) S^{\mu\nu}}$

$S^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$

$$\psi(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} \psi'(x') = M_D(\Lambda)\,\psi(x)$$

$$A_\mu(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A'_\mu(x') = \Lambda_\mu{}^\nu A_\nu(x)$$

Teoria Relativística = Invariante sob Lorentz

$SO(1,3)$

$x^\mu = (t, x, y, z) \Rightarrow x_\mu \xrightarrow{\text{LORENTZ}} x'_\mu = \Lambda_\mu{}^\nu x_\nu \Rightarrow x^2 = x_\mu \cdot x^\mu \xrightarrow{\text{LORENTZ}} x'^2 = x^2$

Representações do grupo de Lorentz:

$\phi(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} \phi'(x') = \phi(x)$

Escalar, Spin 0

$M_D(\Lambda) \equiv e^{-\frac{i}{2}\theta_{\mu\nu}(\Lambda) S^{\mu\nu}}$

$S^{\mu\nu} = \frac{i}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$

$\psi(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} \psi'(x') = M_D(\Lambda)\,\psi(x)$

Spinor, Spin 1/2

$A_\mu(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A'_\mu(x') = \Lambda_\mu{}^\nu A_\nu(x)$

Vetor de Lorentz, Spin 1

Teoria Relativística = Invariante sob Lorentz

$SO(1,3)$

$x^\mu = (t,x,y,z) \Rightarrow x_\mu \xrightarrow{\text{LORENTZ}} x'_\mu = \Lambda_\mu{}^\nu x_\nu \Rightarrow x^2 = x_\mu \cdot x^\mu \xrightarrow{\text{LORENTZ}} x'^2 = x^2$

Representações do grupo de Lorentz:

$\phi(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} \phi'(x') = \phi(x)$ Escalar, Spin 0

$M_D(\Lambda) \equiv e^{-\frac{i}{2}\Theta_{\mu\nu}(\Lambda)S^{\mu\nu}}$

$S^{\mu\nu} = \frac{i}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$

$\psi(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} \psi'(x') = M_D(\Lambda)\,\psi(x)$ Spinor, Spin 1/2

$A_\mu(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A'_\mu(x') = \Lambda_\mu{}^\nu A_\nu(x)$ Vetor de Lorentz, Spin 1

Invariantes: $\mathcal{L} \supset (\phi)^n,\ A_\mu A^\mu,\ \bar{\psi}\psi,\ A^\mu \bar{\psi}\gamma_\mu\psi,\ F_{\mu\nu}F^{\mu\nu},\ \ldots$

R.D.Matheus

Exemplo: spin 1 + inv. de Gauge

$$A_\mu(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A'_\mu(x') = \Lambda_\mu{}^\nu A_\nu(x)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$\boxed{A_\mu A^\mu \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A_\mu A^\mu \qquad F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \xrightarrow{\text{LORENTZ}} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}$$

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2} A_\mu A^\mu$$ (Partícula de spin 1, massa m)

Exemplo: spin 1 + inv. de Gauge

$$A_\mu(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A'_\mu(x') = \Lambda_\mu{}^\nu A_\nu(x) \qquad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$\boxed{A_\mu A^\mu \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A_\mu A^\mu \qquad F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \xrightarrow{\text{LORENTZ}} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}$$

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2} \cancel{A_\mu A^\mu}$$ (Partícula de spin 1, massa m)

Inv. De Gauge, “U(1) Local”: $A_\mu \xrightarrow{U(1)} A_\mu - \partial_\mu \alpha(x)$

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

Exemplo: spin 1 + inv. de Gauge

$$A_\mu(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A'_\mu(x') = \Lambda_\mu{}^\nu A_\nu(x) \qquad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$\boxed{A_\mu A^\mu \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A_\mu A^\mu \qquad F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \xrightarrow{\text{LORENTZ}} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}$$

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2} \cancel{A_\mu A^\mu}$$ (Partícula de spin 1, massa m)

Inv. De Gauge, "U(1) Local": $A_\mu \xrightarrow{U(1)} A_\mu - \partial_\mu \alpha(x)$

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \xrightarrow{\text{Euler-Lagrange}} ???$$

Exemplo: spin 1 + inv. de Gauge

$$A_\mu(x) \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A'_\mu(x') = \Lambda_\mu{}^\nu A_\nu(x) \qquad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$\boxed{A_\mu A^\mu \xrightarrow{\text{LORENTZ}} A_\mu A^\mu \qquad F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \xrightarrow{\text{LORENTZ}} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}$$

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2} \cancel{A_\mu A^\mu}$$ (Partícula de spin 1, massa m)

Inv. De Gauge, “U(1) Local”: $A_\mu \xrightarrow{U(1)} A_\mu - \partial_\mu \alpha(x)$

$$A^\mu(x) = (V(x), \vec{A}(x))$$

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \xrightarrow{\text{Euler-Lagrange}}$$ Eqs. de Maxwell!

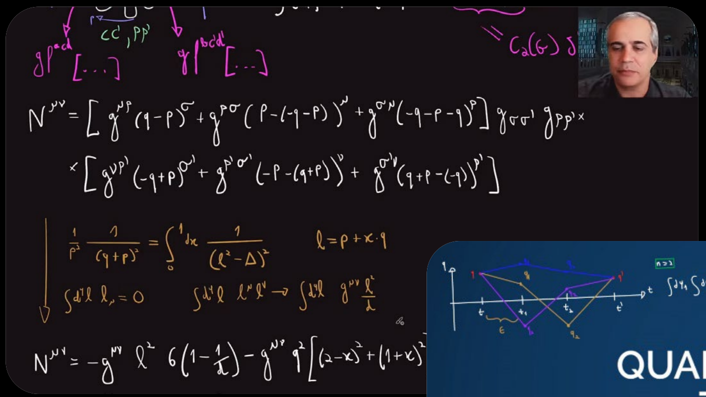
Fóton de Spin 1, massa 0

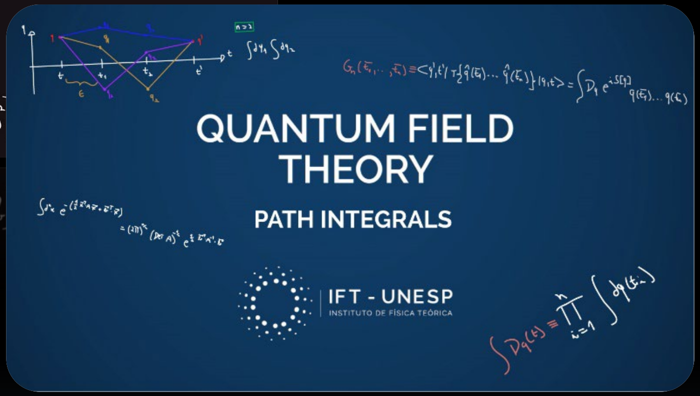
R.D.Matheus

Obrigado pela atenção!

Quantum Field Theory no YouTube:

QFT I:





QFT II:

Quantização de uma teoria ñ-relativística

$$\rho(\vec{x},t) = |\psi(\vec{x},t)|^2$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = -\frac{1}{2m}\nabla^2\psi(x,t)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{j}(\vec{x},t)$$

$$\vec{j}(\vec{x},t) = -\frac{i}{2m}\left[\psi^*\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\psi^*\right]$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint \rho\, dV = -\oiint (\vec{j}\cdot\hat{n})\, dS$$

R.D.Matheus

Quantização de uma teoria relativística

$$-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi(\vec{x},t) = -\nabla^2\psi(\vec{x},t) + m^2\psi(\vec{x},t) \qquad \psi(\vec{x},t) = N\, e^{i\vec{p}\cdot\vec{x} - iEt}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{j}(\vec{x},t) \iff \rho = i\left(\psi^*\frac{\partial}{\partial t}\psi - \psi\frac{\partial}{\partial t}\psi^*\right)$$

$$\left.\begin{aligned} \rho &= i\left(\psi^*\frac{\partial}{\partial t}\psi - \psi\frac{\partial}{\partial t}\psi^*\right) = 2E|N|^2 \\ E &= \pm\sqrt{p^2+m^2} \end{aligned}\right\}$$

Energia e densidade de prob. negativas!

Quantização (quadro de Heis.)

Clássico

$$\dot{x} = \{x, H\}_{PB} = \frac{\partial H}{\partial p}$$

$$\dot{p} = \{p, H\}_{PB} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

Quântico

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{x}, \hat{H}\right]$$

$$\frac{d\hat{p}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{p}, \hat{H}\right]$$